

1	Introducción.	2
1.1	Magnitudes eléctricas.	2
1.1.1	Corriente continua.	2
1.1.2	Corriente alterna.	3
1.1.3	Desfase.	4
1.1.4	Valor medio.	6
1.1.5	Valor de Pico y de pico-pico.	6
1.1.6	Valor eficaz.	8
1.1.7	Otras formas de onda.	8
1.2	Señal y ruido.	10
1.2.1	El decibelio.	10
1.3	Características de los instrumentos.	12
2	Medidas y Errores.	14
2.1	Medida y error.	14
2.1.1	Medida y error.	14
2.1.2	Fuentes y clases de error.	16
2.1.3	Estimación de los límites del error. Caso peor.	16
2.1.4	Cifras significativas.	17
2.1.5	Aproximaciones.	17
2.1.6	Efecto de carga.	17
3	Circuitos para medidas eléctricas.	20
3.1	Medidas de resistencias.	20
3.1.1	Método indirecto.	20
3.1.2	Impedancia de salida.	21
3.1.3	Impedancia de entrada.	23
3.2	Puentes de medida.	24
3.2.1	El puente de Wheatstone.	24
3.3	Circuitos RC y RL.	25
3.3.1	Respuesta al impulso.	25
3.4	Ganancia y respuesta en frecuencia.	26
3.4.1	Ganancia.	26
3.4.2	Respuesta en frecuencia.	26
4	Bibliografía.	28

1 Introducción.

Antes de comenzar a describir las técnicas de medida y los errores mas comúnmente cometidos al realizar las medidas, conviene revisar algunos fundamentos básicos ya comentados.

1.1 Magnitudes eléctricas.

Las magnitudes eléctricas mas comúnmente utilizadas son la intensidad de corriente eléctrica y la diferencia de potencial, y su variación temporal. Podemos realizar a continuación las siguientes definiciones:

-*Corriente Eléctrica* es el flujo de carga que atraviesa una sección por unidad de tiempo.

La unidad de medida es el Amperio (A).

-*Diferencia de potencial* es la causa que origina el paso de corriente por un conductor.

La unidad de medida es el Voltio (V).

1.1.1 Corriente continua.

Es aquella en la cual el valor de la magnitud de la tensión y la corriente no varían con el tiempo. En la figura 1 podemos ver un ejemplo.

Puede ocurrir, que entre dos puntos sólo la tensión o la corriente sea constante en el tiempo, pudiendo variar la magnitud que no es constante en función de las condiciones del circuito. A los elementos que mantienen la tensión constante independientemente de la corriente o la corriente constante independientemente de la tensión se denominan fuentes de alimentación.

Denominamos **fuerce de tensión** a aquel elemento del circuito que mantiene entre sus bornas una tensión constante independientemente de la intensidad y el sentido de la corriente.

Denominamos **fuerce de corriente** a aquel elemento del circuito que mantiene una corriente constante entre sus bornas.

En el laboratorio no existen fuentes ideales, por lo cual los elementos se comportarán de una forma más o menos ideal dentro de un cierto rango.

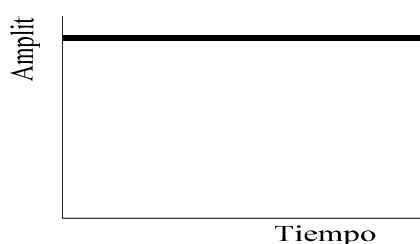


Figura 1

Un concepto que hay que tener en cuenta, es que, además del módulo de la tensión, ésta tiene una polaridad. La polaridad es una cuestión de criterio, así pues, se supone que la corriente sale de la fuente por la borna + y retorna por la borna -. Normalmente la borna positiva de la fuente está marcada con color rojo en el aparato y la borna negativa suele estar marcada con negro (figura 2).

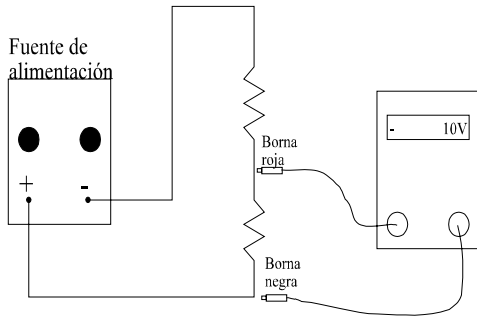


Figura 2

El polímetro de la figura marca -10 voltios debido a la posición de las bornas. Basta con dar la vuelta a las bornas del polímetro para que éste marque 10 voltios.

1.1.2 Corriente alterna.

Si la señal varía de amplitud con el tiempo se denomina corriente alterna. La forma más usual de corriente es la sinusoidal. En la figura 3 podemos ver un ejemplo.

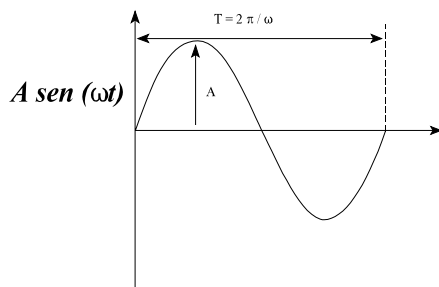


Figura 3

La variación de la tensión se puede expresar en función del tiempo como:

$$v(t) = A \operatorname{sen}(2 \pi f t) = A \operatorname{sen}(\omega t) \quad (1)$$

Donde el parámetro A es la **amplitud** de pico y su valor se expresa en voltios, ω es la pulsación y se expresa en radianes/segundo. Si la magnitud medida es la corriente $i(t)$ la amplitud se expresa en amperios (y sus múltiplos y submúltiplos).

Denominamos como **valor instantáneo** al valor de la magnitud en un determinado instante t de tiempo.

El osciloscopio permite medir el periodo de una señal y a partir de él obtener la pulsación angular, sin embargo, lo normal es dar los valores en frecuencias (Hz) utilizando la pulsación en los cálculos donde ésta interviene. La relación entre frecuencia, periodo y pulsación angular es:

$$\omega = \frac{2 \pi}{T} = 2 \pi f \quad (2)$$

La señal sinusoidal queda pues perfectamente caracterizada por su frecuencia y su amplitud. Puede ocurrir que la señal sea la composición de una señal sinusoidal mas una cierta componente continua. En este caso la señal resultante la podemos ver en la figura 4.

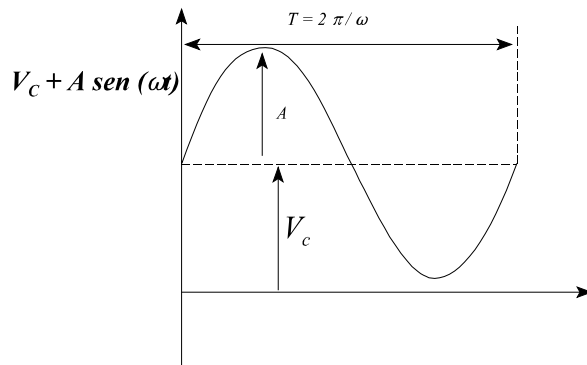


Figura 4

$$v_c(t) = V_c + A \text{ sen}(\omega t) = V_c + v_c(t) \quad (3)$$

Donde :

V_c representa a la parte continua de la señal.

$v_c(t)$ representa a la parte variable de la señal.

$v_c(t)$ representa a la composición de los diferentes términos que componen la señal.

1.1.3 Desfase.

Si comparamos dos señales alternas de igual frecuencia y amplitud, las podemos expresar, si no las relacionamos entre sí, como:

$$v(t) = A \text{ sen}(2 \pi f t) \quad (4)$$

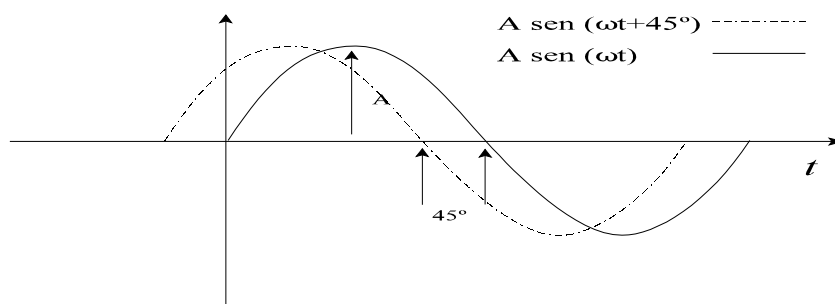


Figura 5

Sin embargo, cuando representamos ambas señales sobre la misma referencia de tiempos vemos que puede ocurrir que ambas coinciden una encima de la otra, o bien, que estén desplazadas un determinado valor sobre el eje de tiempos (figura 5).

En este caso, si consideramos el cruce por un punto (en este ejemplo consideraremos el cruce por

cero) diremos que una de las dos señales esta desfasada φ radianes con respecto a la otra.

$$v'(t) = A \operatorname{sen}(2 \pi f t + \varphi) \Rightarrow (\text{retardo o adelanto}) t_r = \frac{\varphi}{2 \pi f} \quad (5)$$

Normalmente se habla de desfases de $\pm\pi$ ($\pm 180^\circ$), según este adelantada o atrasada. Por ejemplo en la figura 5 la señal con trazo discontinuo esta adelantada 45° con respecto a la señal de trazo continuo, o bien, la señal de trazo continuo esta atrasada 45° con respecto a la de trazo discontinuo.

La medida del desfase con el osciloscopio se puede realizar de dos formas.

1.- La primera forma es representar las dos señales en la pantalla del osciloscopio, se mide el periodo de la señal en segundos y a continuación medimos el desfase de las señales también en segundos. Basta con aplicar una sencilla regla de tres para obtener el desfase.

$$\begin{aligned} T \text{ (periodo en segundos)} - 360^\circ \\ t \text{ (desfase en segundos)} - \varphi \\ \varphi = \frac{360 t}{T} \end{aligned} \quad (6)$$

Si se desea en radianes:

$$\begin{aligned} T \text{ (periodo en segundos)} - 2\pi \\ t \text{ (desfase en segundos)} - \varphi \\ \varphi = \frac{2\pi t}{T} \end{aligned} \quad (7)$$

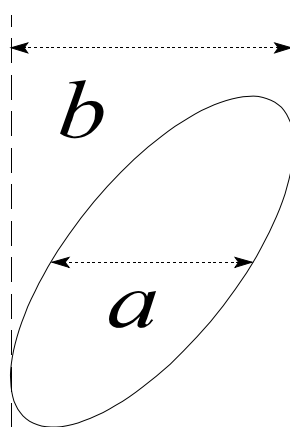


Figura 6

2.- La segunda forma es mediante la utilización de las figuras de Lissajous (composición xy). La señal resultante de la composición de dos señales sinusoidales de igual frecuencia y amplitudes cualesquiera la podemos ver en la figura 6.

El desfase de las dos señales que componen dicha figura se calcula mediante la

siguiente expresión:

$$\text{desfase} = \arcsen \left(\frac{a}{b} \right) \quad (8)$$

1.1.4 Valor medio.

Un parámetro de interés en la caracterización de una onda es el valor medio. El valor medio corresponde al valor de la componente continua que tiene la onda. En la ecuación (8) tenemos la expresión que permite calcular el valor medio de la señal.

$$\text{Valor medio} = \langle v(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = V_c \quad (9)$$

El valor medio de una señal sinusoidal es cero y el valor medio de una señal continua es el propio valor de la continua.

1.1.5 Valor de Pico y de pico-pico.

El valor de pico es el valor máximo (valor del pico positivo) o mínimo (valor de pico negativo) que alcanza la señal. El valor de pico de una señal sinusoidal sin componente continua es la amplitud de la señal.

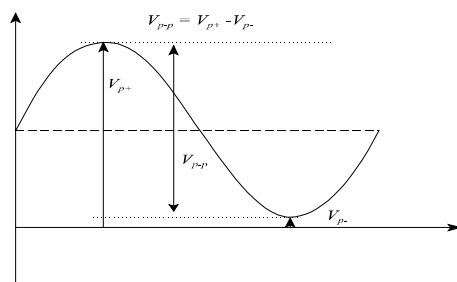


Figura 7

La separación entre el valor de pico positivo y el valor de pico negativo se denomina **valor pico a pico de la señal**. Este valor se expresa en voltios pico-pico V_{pp} , y en el caso de la señal sinusoidal es el doble de la amplitud.

En el caso de ondas no simétricas con respecto a cero, puede ocurrir que se denomine valor de pico y valor pico a pico a lo mismo, por lo que es necesario un criterio para saber cual es cual en dicho caso.

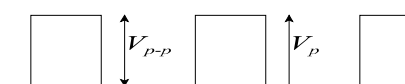


Figura 8

1.1.6 Valor eficaz.

El valor eficaz es un parámetro que se utiliza para caracterizar formas de onda y se define como el valor de tensión continua que sería capaz de suministrar la misma potencia (a un elemento del circuito que disipa toda la potencia que se le suministra), que la potencia que le proporciona la forma de onda con dicho valor eficaz. En la ecuación (9) tenemos la expresión matemática del valor eficaz.

$$\text{Valor eficaz} = V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [v^2(t)] dt} \quad (10)$$

El valor eficaz siempre es positivo y el valor eficaz de una corriente constante es él mismo. En la tabla 1 podemos ver la relación entre el valor eficaz de distintos tipos de señales y el valor pico de los tres tipos de señales periódicas más habituales, siempre que el valor medio de la señal sea 0 (no posea la señal componente continua).

Tipo	Valor eficaz
Sinusoidal	$V_p/\sqrt{2}$
Triangular	$V_p/\sqrt{3}$
Cuadrada	V_p

Tabla 1.

El valor eficaz de una señal con componente continua superpuesta se puede calcular aplicando la ley de Joule y queda:

$$V_{ef-tot} = \sqrt{V_c^2 + V_{ef-ac}^2} \quad (11)$$

1.1.7 Otras formas de onda.

Aparte de la señal sinusoidal la variación temporal de la señal puede presentar otras formas de onda. Las más utilizadas en el laboratorio aparte de la sinusoidal son la triangular y la cuadrada.

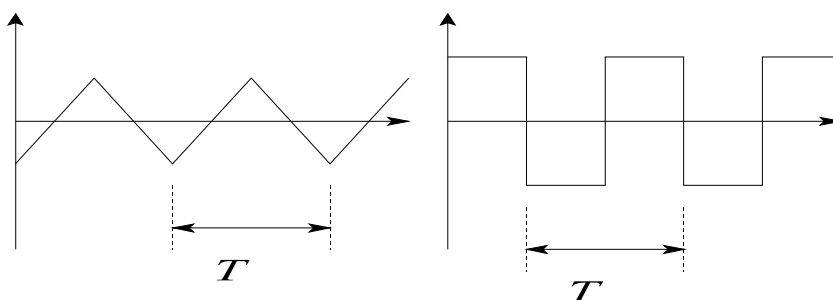


Figura 9

Otra forma de onda característica, sobre todo en electrónica digital son los pulsos, de los cuales podemos ver un ejemplo en la figura 10.

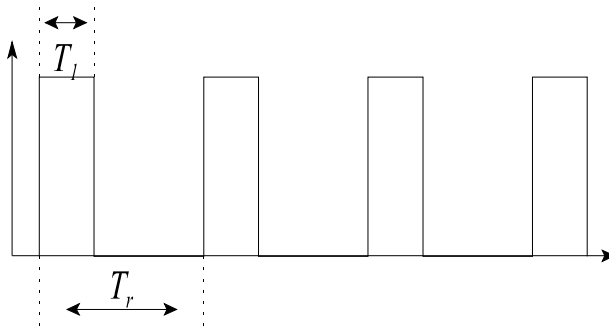


Figura 10

Al valor T_r se le denomina **periodo de repetición** y al valor T_l/T_r se le denomina ciclo de trabajo. El valor del ciclo de trabajo está comprendido entre 0% y 100%, si toma el valor 50% tenemos una onda cuadrada.

Una característica de este tipo de señales, es que el escalón que se produce en la onda no se produce en un tiempo nulo (esto implicaría una pendiente infinita), si no que tarda un cierto tiempo en cambiar de valor. Si ampliamos la escala temporal del pulso veremos que presenta una cierta pendiente (figura 11). Se denomina **tiempo de subida** al tiempo que tarda en pasar desde el 10% del valor máximo al 90% del valor máximo.

De igual forma definimos **tiempo de bajada** al tiempo que transcurre desde que la señal pasa del 90% de su valor máximo al 10% de su valor máximo.

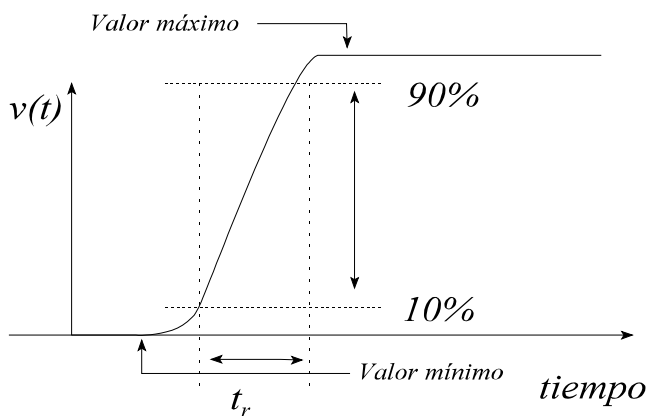


Figura 11

1.2 Señal y ruido.

Se considera que una onda es una señal si la variación temporal de alguno de sus parámetros contiene información en forma codificada. A esta señal se le añaden de forma no deseada perturbaciones de diverso origen que dificultan su caracterización. Así pues, es posible que la amplitud de la señal sea difícil de precisar debido a esas perturbaciones. A estas perturbaciones se le denomina **ruido** y lo apreciamos como una variación aleatoria del parámetro de interés de la señal. Al ser de origen aleatorio no puede predecirse su comportamiento en el tiempo, ya que de poder predecirse se podría restar y no sería ruido. El ruido tiene un valor medio nulo por lo que se caracteriza por su valor eficaz, es decir, la potencia del ruido. Normalmente la potencia del ruido se expresa en relación con respecto a la potencia de la señal, es decir, relación señal ruido (relación S/N). La relación señal ruido se suele dar en **decibelios**.

1.2.1 El decibelio.

Un tipo de medida ampliamente utilizado en electrónica es el **decibelio**. Este tipo de medida es en realidad una medida relativa de cuanto es mayor o menor un valor con respecto a otro. Se aplica fundamentalmente a potencia. La expresión matemática del decibelio la podemos ver en la ecuación (11).

$$dB \text{ (decibelio)} = 10 \log \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \quad (12)$$

Así pues, si decimos que tenemos una relación de señal ruido de 50 dB quiere decir que la relación entre la potencia de la señal y la potencia de ruido viene dada por:

$$50 = 10 \log \left| \frac{S}{N} \right| \quad (13)$$

Es posible también, expresar en decibelios una relación de tensiones. Si la potencia disipada por una resistencia es:

$$\text{Potencia disipada} = \frac{V^2}{R} \quad (14)$$

podemos expresar una relación de tensiones de la siguiente manera:

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R} \quad ; \quad P_2 = \frac{V_2^2}{R}$$
$$10 \log \left[\frac{P_1}{P_2} \right] = 10 \log \left[\frac{V_1^2/R}{V_2^2/R} \right] = 10 \log \left[\frac{V_1^2}{V_2^2} \right] = 20 \log \left[\frac{V_1}{V_2} \right] \quad (15)$$
$$dB \text{ (decibelio)} = 20 \log \left[\frac{V_1}{V_2} \right]$$

Por convenio se han definido dos tipos de medida absolutas con el decibelio. La primera de estas medidas es el dBm y es la potencia medida en decibelios con respecto a un miliwatio (ecuación (15)).

$$dBm = 10 \log \left[\frac{P}{10^{-3}} \right] \quad (16)$$

De igual manera, se ha definido con respecto a tensiones, el dBV y es la tensión en decibelios con respecto a un voltio (ecuación (16)).

$$dBV = 20 \log \left[\frac{V}{1} \right] \quad (17)$$

1.3 Características de los instrumentos.

Los instrumentos de medida presentan una serie de características genéricas. Un parámetro de particular interés en un instrumento de medida es la **impedancia de entrada** del aparato. Esta impedancia es la relación entre la tensión a la entrada del aparato y la corriente que circula por él y se representa normalmente por Z .

$$\begin{aligned} Z_{dc} &= \frac{V}{I} = R \\ Z_{ac} &= \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \end{aligned} \quad (18)$$

Esta impedancia puede depender de la frecuencia (efectos inductivos y capacitivos) por lo cual, al medir la impedancia de entrada se indicará la frecuencia a la cual se ha realizado la medida. Si se desea conocer el valor de todos éstos términos de la impedancia (resistencia, inducción y capacidad), es necesario realizar medidas de la impedancia de entrada del circuito a distintas frecuencias.

La impedancia de entrada de los aparatos tienen gran importancia ya que va a ser ésta la que determine el efecto de carga del aparato.

Denominamos como **efecto de carga** la modificación introducida por el aparato de medida en el circuito donde se realiza la medida.

Algunos aparatos pueden presentar además de una impedancia a la entrada, una impedancia de salida (como los amplificadores) o bien, solo presentan una impedancia a la salida (generadores). La impedancia de salida del aparato es la impedancia equivalente de Thevenin que muestra el aparato entre sus bornas de salida.

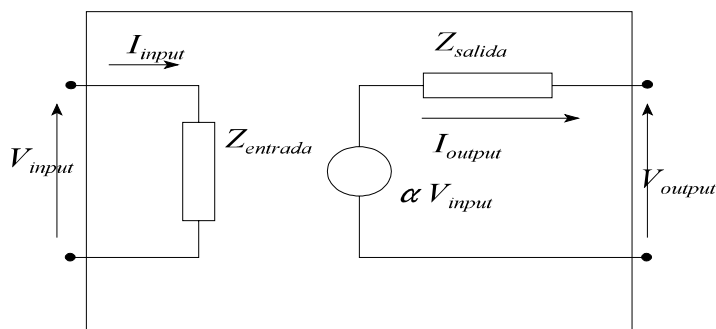


Figura 12

En la figura anterior podemos ver un ejemplo de un circuito (corresponde al modelo equivalente de un amplificador) que presenta una impedancia a la entrada y una impedancia de salida.

Otra característica de los aparatos es el **ancho de banda**, que lo podemos definir como el margen de frecuencias dentro del cual la señal aplicada al aparato se ve afectada de igual forma, con independencia de su frecuencia.

La respuesta en frecuencia de un circuito se puede representar como la relación entre la tensión

a la entrada y la tensión a la salida (V_{output}/V_{input}). Si representamos esta relación en función de la frecuencia queda una gráfica como la que representamos en la figura 13.

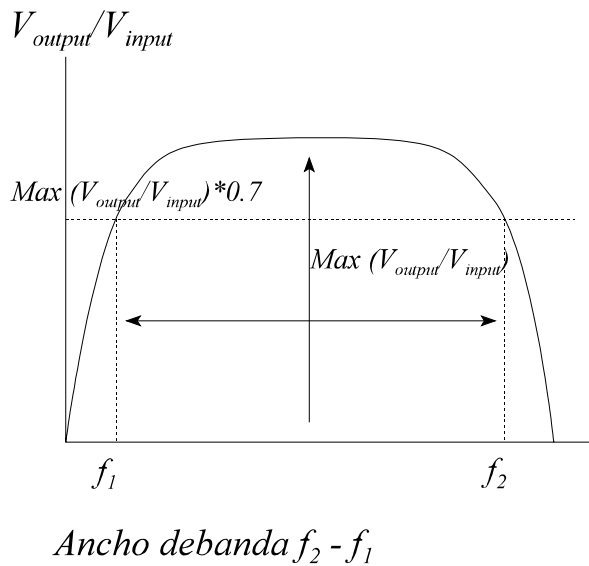


Figura 13

El **ancho de banda** está comprendido entre las frecuencias a las cuales la relación de tensiones entrada/salida cae un determinado valor, que por convenio se considera 3 dB. Esto corresponde a que la salida cae $\sqrt{2}$ con respecto a su valor máximo.

$$3 = 20 \log \left(\frac{V_{o\ max}}{V_{o\ corte}} \right) \quad (19)$$

$$\frac{V_{o\ max}}{V_{o\ corte}} = \sqrt{2}$$

Otro concepto interesante de entender es el concepto de **masa común** y **masa flotante**. Decimos que un aparato posee **masa flotante** cuando su **masa** (normalmente corresponde a la borna negra) no está **referenciada** a ningún punto, si no que el aparato toma como su nivel de referencia la tensión a la que esté su **masa** (su tensión de referencia puede ser distinta de cero, por decirlo de alguna manera, podríamos decir que su masa es local). Por el contrario, los aparatos que poseen masa común se caracterizan por tener su masa conectada a un punto (normalmente este punto es la masa del enchufe de alimentación). Esta peculiaridad hace que todos aquellos aparatos que tengan masa común estén eléctricamente unidos, de forma, que todas sus masas (normalmente la borna negra) sean la misma (aunque los aparatos estén situados espacialmente en sitios muy alejados).

2 Medidas y Errores.

Ninguna medida se puede realizar con absoluta precisión. Por muy bueno que sea el instrumento de medida siempre hay una incertidumbre en los datos que se leen en él. La causa de dicha incertidumbre puede ser muy variada, esta incertidumbre es lo que se denomina **error de medida**. El termino error no implica que la medida sea incorrecta, sino que está sometida a incertidumbre. Una medida no puede considerarse completa si no se conoce el error que lleva asociado.

2.1 Medida y error.

2.1.1 Medida y error.

La acción de medir es comparar frente a un patrón. En el caso de un laboratorio de electrónica los patrones básicos son el voltio (V), el amperio (A) y el segundo (s). El resto de las unidades utilizadas se pueden obtener mediante la combinación de estos patrones. Así pues la unidad de frecuencia (el Hz) es igual a s^{-1} , el valor de una resistencia es igual a V/A o la potencia disipada se puede dar en VA.

El proceso de medida da lugar a un resultado, que se denomina medida. Todo proceso de medida conlleva además una incertidumbre asociada al resultado de la misma, que puede afectar a la totalidad del resultado o a parte de él, y que esta íntimamente relacionado con las expectativas puestas en la medida.¹

Si el método de medida es incorrecto la incertidumbre del resultado es elevada. Los métodos de medida incorrectos se pueden y deben corregir. Sin embargo, siempre existe una incertidumbre que afecta al resultado de una medida. La incertidumbre estimada en la medida se indica mediante el denominado error, aunque sería más correcto hablar de margen de error o incertidumbre. La forma de indicar esta incertidumbre puede hacerse en términos absolutos, en cuyo caso estaríamos hablando de un error absoluto, que es la diferencia entre el valor medido v_m y el valor real de la medida v_r :

$$\text{Error absoluto} = v_m - v_r \quad (20)$$

El error también se puede indicar en términos relativos, como error relativo, el cual indica la relación ente el valor medido y el valor real.

1

Por ejemplo, si realizamos una medida de tensión con un voltímetro cuyo estado no conocemos. Puede ocurrir que el aparato marque algo, o que no marque nada. Supondremos en el primer supuesto que si hay tensión y en el segundo que la diferencia de tensión es cero. Pero siempre existe la duda si el aparato funciona correctamente.

Por un conductor circula una corriente de 1,0000001 A y disponemos un amperímetro que debido al efecto de carga extrae una corriente del circuito de 1 μ A.

- Podemos estar interesados en medir si circula una corriente de aproximadamente un 1 μ A.

- Podemos estar interesados en medir para saber si circula una corriente comprendida entre 0.9999999 y 1.0000001.

En el primer caso la modificación que introduce el aparato de medida es despreciable frente a lo que esperamos medir, por lo que suponemos que el error es despreciable, mientras que en el segundo caso el error introducido por el instrumento es mayor que lo que esperamos a priori, por lo cual no podemos realizar la medida con dicho instrumento, aunque en principio éste sea capaz de realizar la medida.

$$\text{Error relativo} = \frac{v_m - v_r}{v_r} \quad (21)$$

El error relativo se expresa en % mientras que el error absoluto se expresa en las unidades que corresponden a la magnitud medida. En ocasiones se indica el error absoluto en forma de % de un determinado valor (es el caso de algunos aparatos, donde se da el error absoluto como un porcentaje del valor máximo que se puede medir en la escala).

Es necesario introducir una serie de definiciones relativas al error cometido al realizar la medida. Estas definiciones son:

Exactitud es la proximidad entre el valor medido y el valor real. El valor real se desconoce en principio, por lo que debe de estimarse mediante una hipótesis previa que la experimentación debe de demostrar como adecuada. La experiencia y los modelos estadísticos desarrollados basándose en ella permiten estimar como valor real al valor esperado de la medida. Es decir, se considera como valor real al valor medio de las medidas porque es el mejor valor posible.

Precisión es la proximidad entre los sucesivos valores que obtenemos al realizar sucesivas veces la misma medida de forma independiente. Cuanto menos dispersos sean los valores mayor será la precisión. La precisión de una medida en particular la podemos obtener aplicando la siguiente ecuación.

$$\text{Precisión} = 1 - \left| \frac{x_m - \bar{x}}{\bar{x}} \right| \quad (22)$$

Resolución es el menor cambio en el valor que es capaz de detectar o de presentar al usuario el aparato de medida.

La **Sensibilidad** de un instrumento se mide por:

$$\text{Sensibilidad} = \frac{\text{Cambio en la lectura de la escala del instrumento}}{\text{Cambio en la cantidad que esta midiendo}} \quad (23)$$

Al expresar una medida se debe de indicar su valor con una serie de cifras exactas y su correspondiente error. Las cifras exactas de un resultado de medida no deben de verse afectadas por el error de la medida. Por ejemplo, si la medida se indica como 3.2151, la precisión de la medida es ± 0.0001 . Si sabemos que el error de la medida es de ± 0.01 cifras exactas son el 3 y el 2, por lo que no tiene sentido indicar la totalidad de las cifras de la medida, ya que las tres últimas están sujetas a la incertidumbre del error, en este caso la medida la indicaremos como 3.2 ± 0.01 . Si el error afecta también a las unidades el resultado de la medida (3.2151) es muy preciso pero muy inexacto, ya que ninguna de las cifras sería exacta (de que sirve tener una medida con muchos decimales si la medida esta mal).

2.1.2 Fuentes y clases de error.

Las fuentes de error se suelen dividir en:

1.- **Error humano**, se deben a despistes, desconocimiento de cómo realizar la medida, etc.. Se corrigen siendo cuidadoso. Este tipo de error suelen ser graves.

2.- **Errores sistemáticos**, tienen su fuente en lo aparatos de medida debido a una mala calibración de éstos o por operar fuera de sus límites normales de funcionamiento (por ejemplo intentar medir la amplitud de una señal con una frecuencia de 60 MHz con un osciloscopio con un ancho de banda de 50 MHz). Se caracterizan por repetir siempre el mismo error no importa el número de medida que se realicen (el error es que el aparato mide otra cosa que la que debería medir, por lo que no se puede corregir al medir de forma reiterativa). Se corrigen empleando instrumentación adecuada.

3.- **Errores de resolución**. Son debidos al mínimo cambio en la magnitud que es capaz de medir el instrumento. No podemos nunca medir con menor error que la precisión del instrumento de medida. La resolución de un instrumento deberá ser mayor o igual que su exactitud.

4.- **Errores estadísticos o residuales**. Se deben a la combinación aleatoria de un conjunto de parámetros que influyen en la medida. Estos errores siempre están presentes en la medida. Presentan una serie de características que permiten su tratamiento aleatorio:

- Tienen una distribución aleatoria.
- El error disminuye al aumentar el número de medidas.
- Los errores positivos y negativos son equiprobables.
- La probabilidad de un error pequeño es mayor que uno grande.

Esta característica de los errores residuales permiten que se puedan tratar estadísticamente, presuponiendo para ello una determinada distribución de probabilidad. La distribución más usada es la distribución normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x-\bar{x}}{\sigma} \right]^2} \quad (24)$$

El manejo estadístico de los datos suele exigir un elevado número de medidas.

Normalmente en el laboratorio se emplean métodos más sencillos pero que son adecuados si se conoce el origen del error que afecta a la medida, es decir, es más importante conocer el origen del error, si se puede corregir y cuales son las cotas del error que el aplicar un determinado método de estimación del error.

En la tabla 1, al final de este tema, podemos ver un resumen de los distintos tipos de error y una breve descripción de sus causas y métodos de corrección.

2.1.3 Estimación de los límites del error. Caso peor.

La solución empleada en la práctica es aquella en la cual la incertidumbre en los valores esperados se debe a la tolerancia de los componentes del circuito y las cotas de error de los aparatos de medida. En este caso suele ser adecuado conocer la cotas máxima y mínima entre las cuales va a estar el valor esperado, estamos pues hablando de los límites del error.

2.1.4 Cifras significativas.

El valor de una determinada medida se debe dar con un conjunto de cifras significativas, un punto decimal y las unidades. Un ejemplo de esto lo podemos ver a continuación. Supongamos que hemos realizado la medida de una resistencia de valor R , el valor de esta resistencia la podemos expresar:

- a) $10 \text{ K}\Omega$.
- b) 10000Ω .
- c) $10 \cdot 10^3 \Omega$.
- d) 10000.00Ω .

La forma de expresar el resultado en el caso a) y c) suponen que el valor de la resistencia esta comprendido entre $9\text{K}9\Omega < R < 10\text{K}1\Omega$, el caso b) suponen que el valor de la resistencia esta comprendido entre $9999\Omega < R < 10001\Omega$, la expresión del punto d) presupone que se puede afinar hasta el segundo decimal. Así pues, la forma en la cual expresamos la medida da una idea de la magnitud del error.

2.1.5 Aproximaciones.

Es común en el laboratorio realizar aproximaciones que simplifiquen los cálculos, estas aproximaciones tiene por objetivo conocer la magnitud aproximada del valor a medir a fin de tener un criterio de la bondad del valor medido. Es usual despreciar las contribuciones menores de un determinado valor relativo frente al principal. Este valor suele ser del orden de un 10% pues no suele necesitarse una precisión mayor en la mayoría de los montajes ya que las tolerancias de los componentes introducen variaciones mayores en el circuito. En las ilustraciones 14 y 15 podemos ver un ejemplo.

No debe de olvidarse que son aproximaciones, y como tales deben de tratarse. Al realizar la aproximación se introduce un error que debe de mantenerse limitado dentro del rango, ya que sucesivas aproximaciones van aumentando el error.

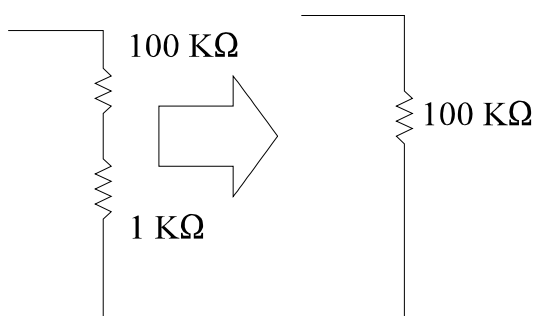


Figura 14

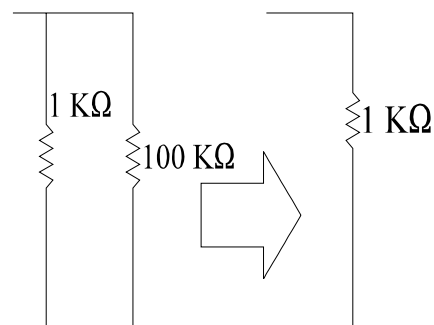


Figura 15

2.1.6 Efecto de carga.

Definimos como efecto de carga a la modificación que introduce, en el circuito a medir, el aparato que realiza la medida. Esta modificación siempre existe ya que el aparato de medida

siempre extrae cierta cantidad de energía para realizar la medida. La modificación introducida puede ser grande o pequeña en función de las características del aparato en relación con el circuito donde se realiza la medida. Sin embargo, como habitualmente se conocen estas características, una vez realizada la medida con el circuito *cargado* se puede deducir cual hubiera sido la medida sin el aparato conectado. Si el efecto de carga es pequeño, es decir la modificación introducida es pequeña, no suele ser necesaria la corrección siendo suficiente la aproximación de despreciar el efecto de carga.

Vamos a ver un ejemplo de cómo afecta la carga de los aparatos de medida. Vamos a considerar el circuito de la figura 16, donde la impedancia interna del aparato es de $1\text{ M}\Omega$.

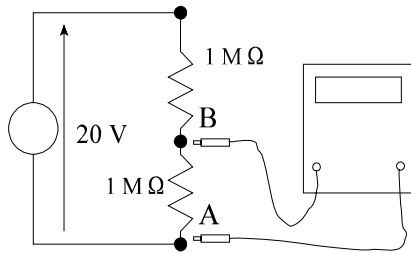


Figura 16

Este montaje se puede representar de la siguiente manera:

La tensión real entre los puntos A y B es de 10 V. Sin embargo, debido al efecto de carga del aparato de medida la lectura sería 6.6 V. El error cometido es:

$$Error = \frac{6.6 - 10}{10} \times 100 = 34\% \quad (25)$$

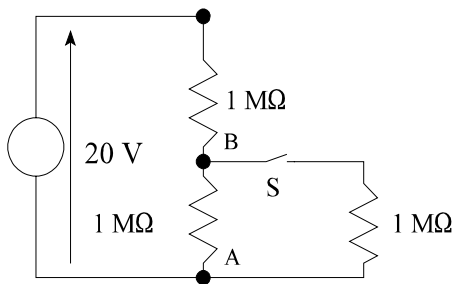


Figura 17

Tipo		Ejemplos	Estimación	Reducción o eliminación
Error humano		Error de lectura Error de cálculo Uso erróneo del instrumento	No es posible estimar el error.	Atención cuidadosa a la medida y a los cálculos. Conocimiento del uso del instrumento y sus limitaciones. Dos o más observadores. Tomar varias medidas a fin de intentar reducir el error.
Errores sistemáticos.	Debidos a los equipos	Componentes no lineales Error de calibración Equipos defectuosos	Comparación con patrones. Comprobar si el error es constante o proporcional.	Calibración del instrumento. Comprobación del instrumento para garantizar un buen funcionamiento. Aplicación de factores de corrección.
	Debidos a causas del entorno de medida	Cambios en la temperatura, humedad, campos magnéticos.	Monitorización de los cambios en las variables.	Cierre hermético del equipo y componentes. Temperatura constante. Apantallamiento del equipo y componentes
Errores aleatorios		Eventos desconocidos que causan una variación en la medida	Tomar varias medidas y aplicar un análisis estadístico.	Diseño de los aparatos de medida para evitar interferencias. Uso de métodos estadísticos de evaluación para obtener la mejor estimación posible de la medida.

Tabla 1.

3 Circuitos para medidas eléctricas.

En este tema vamos a ver algunos de los circuitos utilizados para realizar las medidas en el laboratorio.

3.1 Medidas de resistencias.

3.1.1 Método indirecto.

La mayoría de los modernos polímetros proporcionan un medio para medir de forma rápida y precisa el valor de las resistencias. Sin embargo hay situaciones en las cuales el ohmetro no es capaz de medir la resistencia. Por ejemplo, un circuito donde hay fuentes activas. El ohmetro requiere que no haya fuentes activas para poder realizar las medidas. Si se desea realizar medidas de impedancia en circuitos donde aparecen elementos activos no es posible utilizar el ohmetro, ya que es necesario tener fuentes conectadas para que estos elementos funcionen. Además, si el circuito presenta efectos capacitivos e inductivos, el ohmetro no es capaz de reflejar en su medida la contribución de dichos efectos a la impedancia total, ya que éste solo es capaz de medir efectos resistivos puros.

Podemos conocer el valor de una resistencia mediante el método indirecto. Este método realiza medidas de parámetros del circuito distintos de la resistencia desconocida y a partir de ellos obtiene el valor de la resistencia. Vamos a ver un ejemplo.

En la figura 18 podemos ver el esquema de un divisor de tensión.

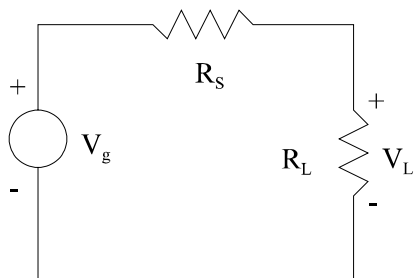


Figura 18

Queremos conocer el valor de la resistencia R_s . No podemos medir directamente el valor de esta resistencia, sin embargo conocemos el valor de la resistencia R_L y podemos medir fácilmente el valor de V_L y de V_g . A partir de ellos podemos obtener fácilmente el valor de R_s .

$$V_L = V_g \frac{R_L}{R_s + R_L} \quad (26)$$

A partir de la ecuación (26) podemos obtener el valor de R_s .

$$R_s = R_L \left[\frac{V_s}{V_L} - 1 \right] \quad (27)$$

3.1.2 Impedancia de salida.

Vamos a ver como podemos medir la impedancia de salida de un generador de funciones. Un ohmmetro no puede utilizarse directamente, pues la fuente debe de estar alimentada durante la medida. El circuito equivalente de Thévenin de la fuente lo podemos ver en la figura 19.

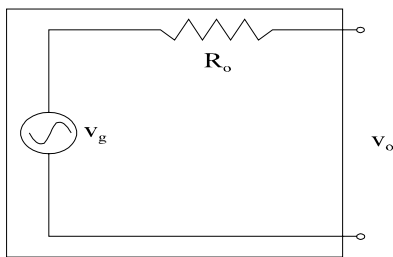


Figura 19

La tensión v_g de la fuente puede obtenerse midiendo el voltaje a la salida del generador en condiciones de circuito abierto. Para ello se conecta el aparato de medida directamente a las bornas de salida del generador. Si la impedancia del aparato de medida es mucho mayor que la impedancia de salida (efecto de carga despreciable) el valor medido, v_o , se puede considerar como la tensión v_g (suponiendo que el aparato de medida está bien calibrado y estoy midiendo dentro de su ancho de banda). En caso contrario será necesario compensar el efecto de carga del aparato. A continuación colocamos una resistencia R_L de valor conocido a la salida (figura 20).

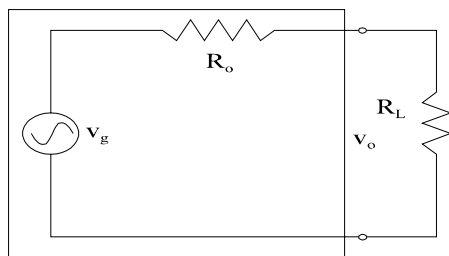


Figura 20

El valor obtenido ahora de v_o es menor o igual que v_g . Si $R_L \gg R_o$, la tensión v_o es prácticamente igual a v_g . Si por el contrario $R_o \gg R_L$ la tensión v_o medida es una fracción de v_g . Una alternativa práctica sería utilizar un potenciómetro y ajustar éste hasta obtener una tensión de salida del orden deseado (como criterio **práctico** se puede utilizar que la tensión v_o esté comprendida entre 50%-90% de la tensión v_g).

Para obtener el valor R_o basta con aplicar la ecuación (27).

$$R_o = R_L \left[\frac{V_g}{V_L} - 1 \right] \quad (28)$$

La impedancia de salida de un dispositivo como filtro o amplificador se puede medir colocando el generador de funciones a la entrada del dispositivo.

Ejemplo.

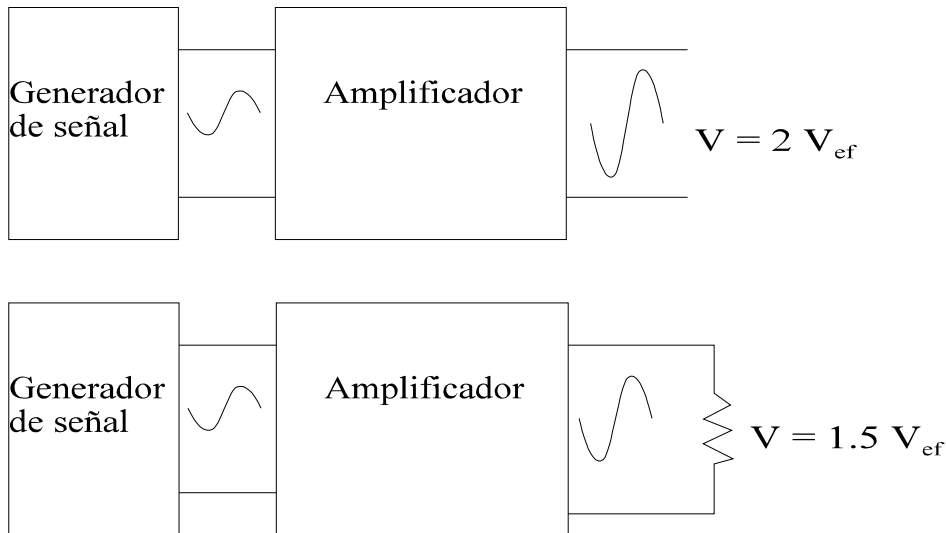


Figura 21

Calcular la impedancia de salida del filtro de figura 21 si la resistencia de carga puesta a la salida es de $1 \text{ K}\Omega$.

Podemos considerar al conjunto del generador más amplificador como un generador. En este caso, la tensión a la salida en condiciones de circuito abierto es de 2 voltios eficaces. La tensión a la salida del conjunto cuando utilizo una resistencia de $1 \text{ K}\Omega$ es de $1.5 V_{ef}$. Basta con aplicar la ecuación (26) para obtener el valor de la resistencia de salida.

$$R_o = 1000 \left[\frac{2}{1.5} - 1 \right] \Omega \quad (29)$$

Este método de medida de la impedancia de salida de un dispositivo, es aplicable tanto con corriente continua como con corriente alterna. Si la corriente es continua la impedancia de salida debe de ser de tipo resistivo puro. Si estoy trabajando con corrientes alternas pueden aparecer términos inductivos y capacitivos dependientes de la frecuencia, lo que hace que la impedancia medida dependa de la frecuencia a la cual se realiza la medida.

3.1.3 Impedancia de entrada.

Un problema frecuente en los laboratorios de electrónica analógica es la medida de las impedancias de entrada de dispositivos, tales como amplificadores y filtros. La impedancia de entrada puede ser modelada como una única resistencia (figura 22).

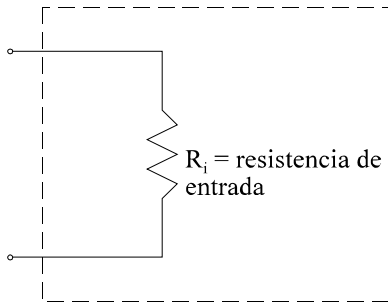


Figura 22

Para medir la impedancia de entrada de un dispositivo colocamos una resistencia R de valor conocido a la entrada del dispositivo y alimentamos con un generador de señal (figura 23).

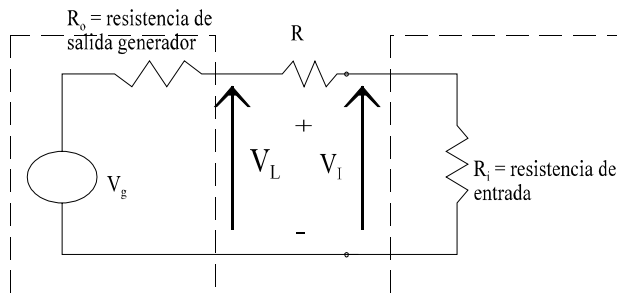


Figura 23

Podemos medir los valores V_L y V_I y utilizando la expresión del divisor de tensión podemos despejar el valor de R_i (ecuación (29)).

$$R_i = \frac{R V_I}{V_L - V_I} \quad (30)$$

Un buen criterio práctico es utilizar un valor de resistencia R, de forma que el valor de V_I este comprendido entre el 50%-90% de V_L .

3.2 Puentes de medida.

Un método de medida de impedancias es utilizar un circuito puente. Los métodos de medida comentados anteriormente precisan métodos de medida del voltaje y la corriente muy precisos, los métodos basados en puentes de medida precisan únicamente una resistencia de referencia precisa.

3.2.1 El puente de Wheatstone.

El puente de Wheatstone es el más utilizado de los puentes de medida (figura 24).

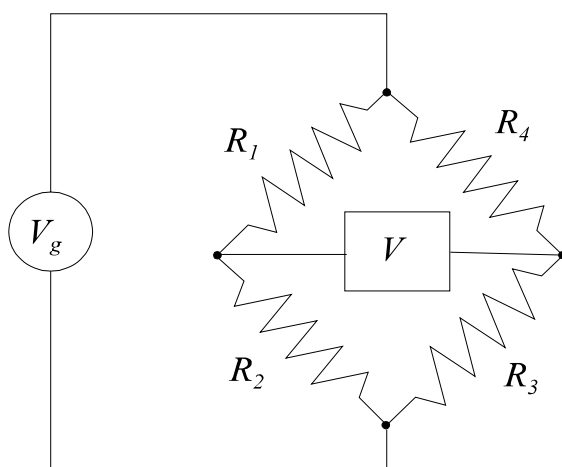


Figura 24

El aparato de medida es el “puente” a través del circuito. El puente medirá cero cuando se cumple la condición dada en la ecuación (30).

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (31)$$

Ejemplo

Supongamos que tenemos dos resistencias iguales ($R_1 = R_2$), y R_4 es un potenciómetro de precisión que posee una escala calibrada y que deseamos conocer el valor de R_3 . La tensión medida por el aparato será cero cuando se cumple:

$$R_3 = R_4 \quad (32)$$

Bastaría variar el valor de la resistencia R_4 hasta que el valor de la tensión medida es “0” y en ese momento leemos el valor que muestra la escala calibrada de R_4 .

3.3 Circuitos RC y RL.

Es normal disponer en el laboratorio de la instrumentación necesaria para medir resistencias. La medida de condensadores e inductancias puede ser mucho más compleja a no ser que se disponga de instrumentos como un **medidor RCL**. Vamos a ver algunas técnicas que nos permitirán medir estos dispositivos utilizando la instrumentación básica (osciloscopio, polímetro y fuentes).

3.3.1 Respuesta al impulso.

Los circuitos básicos RC y RL los podemos ver en la figura 25.

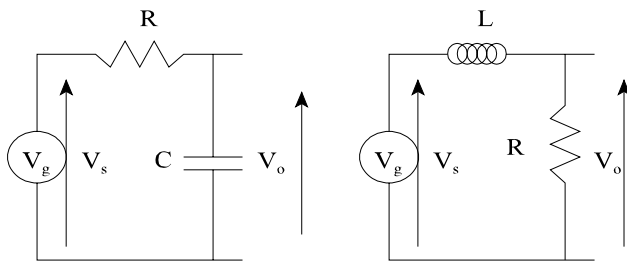


Figura 25

Vamos a alimentar estos circuitos con trenes de pulsos. La expresión matemática de la tensión v_o durante el ciclo de subida del pulso de amplitud V_s es:

$$v_o(t) = V_s (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (33)$$

τ se denomina constante de tiempos del circuito y vale:

$$\tau = R C \text{ Para circuitos RC} \quad ; \quad \tau = \frac{L}{R} \text{ Para circuitos RL} \quad (34)$$

El valor de τ se puede medir con el osciloscopio ya que sabemos que el tiempo de subida vale 2.2τ . Midiendo el valor de τ y conociendo el valor de la resistencia podemos obtener el valor del condensador o de la inductancia.

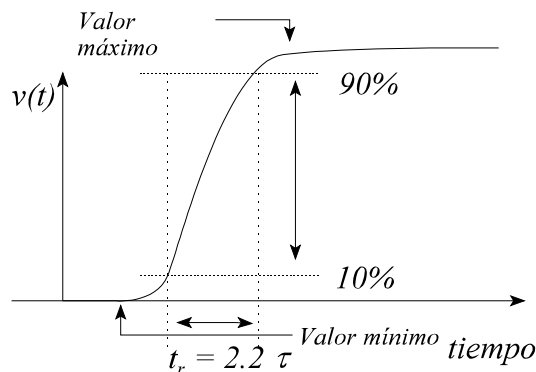


Figura 26

3.4 Ganancia y respuesta en frecuencia.

3.4.1 Ganancia.

Definimos como **ganancia** (o **atenuación**) de un circuito a la relación entre la tensión de la señal de entrada y la señal de salida.

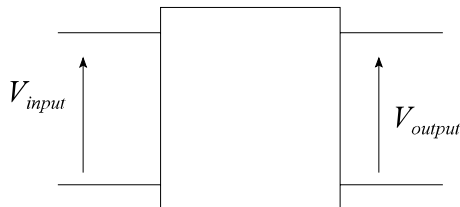


Figura 27

$$\text{Ganancia} = \frac{V_{output}}{V_{input}} \quad (35)$$

Si la relación es mayor que la unidad estaremos hablando de **ganancia**, si es menor que la unidad estaremos hablando de **atenuación**.

La ganancia es un término adimensional que relaciona dos tensiones, por lo cual también podemos darla en decibelios.

$$\text{Ganancia} = 20 \log \left[\frac{V_{output}}{V_{input}} \right] \quad (36)$$

3.4.2 Respuesta en frecuencia.

La respuesta en frecuencia hace referencia al comportamiento del circuito con respecto a una señal sinusoidal a distintas frecuencias.

Por ejemplo, en cualquiera de los circuitos de la figura 25 las señales de baja frecuencia pasan de la entrada a la salida con una pequeña atenuación, mientras que las señales de alta frecuencia son atenuadas significativamente. Se dicen pues que son filtros paso bajo. Se denomina **frecuencia de corte** a la frecuencia a partir de la cual la salida queda atenuada 3 dB por debajo de la amplitud máxima a la salida (en los circuitos de la figura 25 la amplitud máxima a la salida se obtiene a la frecuencia de 0 Hz y en este caso la tensión a la salida es igual a la entrada). Si suponemos que la amplitud de la señal de entrada es de 1 voltio ($1 V_p$) la amplitud de la señal a la salida del

circuito a la frecuencia de corte sera:

$$3 = 20 \log \left[\frac{1}{V_{corte}} \right] \quad (37)$$
$$\frac{1}{V_{corte}} = 10^{\frac{3}{20}} \Rightarrow 1 = \sqrt{2} V_{corte}$$

Medir la frecuencia de corte de un dispositivo es relativamente fácil y podemos descomponerlo en varios pasos:

- Obtener la amplitud máxima a la salida teniendo una amplitud constante a la entrada.
- Una vez conocida la amplitud máxima calculamos la amplitud a la salida del dispositivo a la frecuencia de corte.
- Subimos o bajamos la frecuencia de la señal de entrada hasta obtener la amplitud calculada en el paso anterior y medimos la frecuencia.

Debemos ser cuidadosos a la hora de medir pues puede ocurrir que el efecto de carga de los aparatos modifiquen la frecuencia de corte del filtro, con lo que mediríamos una frecuencia distinta de la frecuencia real del circuito. Para saber si esto está ocurriendo es necesario realizar antes, siempre que sea posible, un estudio analítico del circuito.

Denominamos **banda de paso** al conjunto de frecuencias comprendidas entre las dos frecuencias de corte (si el circuito sólo tiene frecuencia de corte superior se considera cero a la frecuencia de corte inferior, y si sólo tiene frecuencia de corte inferior se considera infinito la frecuencia de corte superior).

El factor de ganancia (o atenuación) de un circuito es función de la frecuencia $G(f)$. Dentro de la banda de paso, se considera a efectos prácticos, que la ganancia es casi independiente de la frecuencia.

4 Bibliografía.

R. A. Witte, “Electronic Test Instruments”, Ed. Prentice Hall P T R, 1993.

C. González Bris, “Manual de Laboratorio De Medidas Eléctricas”, Departamento de reprografía de la E. T. S. I. Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid, 1996.

N. C. Barford, “Experimental Measurements: Precision, Error and Truth” (2ª Ed.), John Wiley & Sons, 1985.