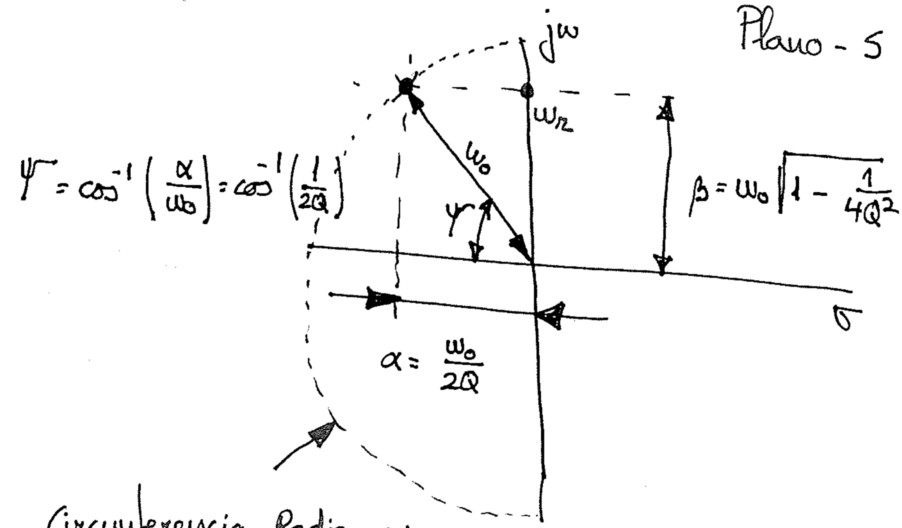
$$H(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{(s + \alpha + j\beta)(s + \alpha - j\beta)}$$

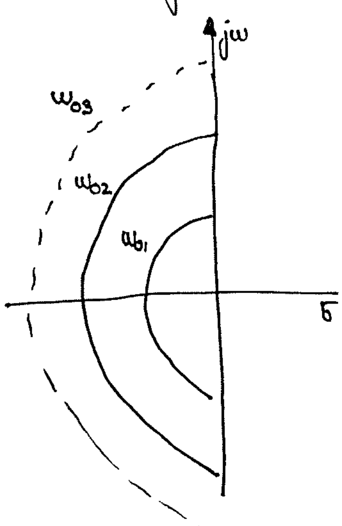
$$(s + \alpha + j\beta)(s + \alpha - j\beta) = s^2 + 2\alpha s + (\alpha^2 + \beta^2)$$

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2Q} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$$

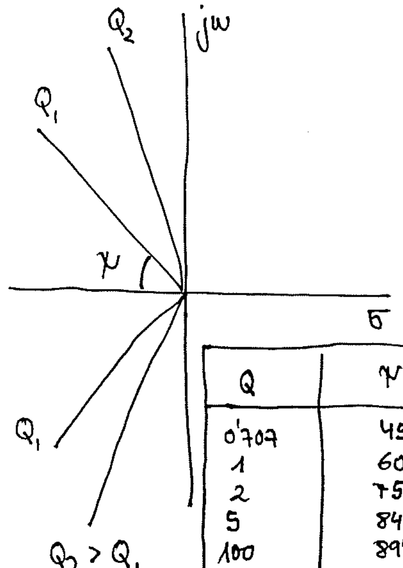
$$\omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 \Rightarrow \beta = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

Representación gráfica de los polos:



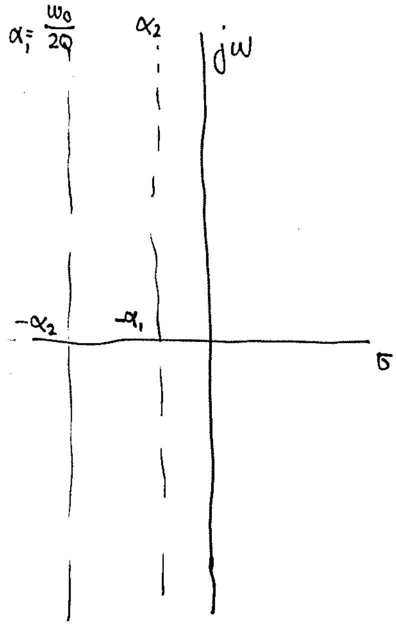


Contornos de ω_0 constante



Q	ψ
0'707	45°
1	60°
2	75'52°
5	84'3
100	89'7

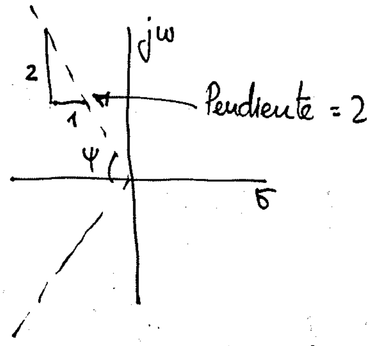
Contornos de Q constante

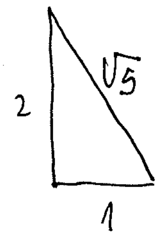


Contornos de α constante

Ejemplo:

Los dos polos de una función de transferencia $H(s)$ están localizados en el plano S (de Laplace) en líneas de pendiente ± 2 como se muestra en la figura





a) Determinar el Q de los polos

b) " la expresión de los polos como: $-\alpha \pm j\beta$ en función de w_0

Solución:

- Como la pendiente es 2 $\Rightarrow$ $\tan \psi = 2 \Rightarrow \psi = \tan^{-1}(2)$

$$\text{ó} \Rightarrow \psi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\cos\psi = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow Q = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

- $\alpha = \frac{1}{2Q} w_0 \Rightarrow \frac{w_0}{\sqrt{5}} = \alpha$

$$\beta = w_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} w_0$$

$$\boxed{\text{polo}_{1,2} = -\frac{w_0}{\sqrt{5}} \pm j\frac{2}{\sqrt{5}} w_0}$$